

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультет
Электроника және астрофизика кафедрасы

Алимгазинова Н.Ш.

Электр тізбектер теориясы -1

пәні бойынша дәрістер жинағы

«Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар» мамандығы
бойынша білім алушы студенттерге арналған

Алматы, 2025

7-дәріс. Электр тізбектеріндегі резонанс

Дәрістің мақсаты. Білім алушыларға айнаымалы ток тізбектеріндегі резонанс құбылыстарының физикалық мәнін түсіндіру; кернеу резонансы, ток резонансы және күрделі тербелмелі контурдағы резонанс түрлерін ажыратуды, олардың пайда болу шарттарын және параметрлерін анықтауды үйрету; резонанс құбылысының электр тізбектерінің жұмыс режиміне әсерін талдауға дағдыландыру.

Жоспар

1. Кернеу резонансы
2. Ток резонансы
3. Күрделі тербелмелі контур резонансы

Тербелмелі контур деп құрамында индуктивтілік, сыйымдылық және активті кедергі бар және ток пен кернеудің еркін тербелісі болу ықтималдылығы бар электр тізбегін атаймыз.

Электр тізбектер теориясында тербелмелі контурлар маңызды роль атқарады. Себебі, олар резонанстық қасиеттерге ие. **Резонанс деп контурдың кіріс реактивті кедергісі немесе оның кіріс реактивті өткізгіштігі нөлге тең болатын тербелмелі контур режимін айтады. Сондықтан, резонанс кезінде контурдың кірісіндегі кернеу мен ток фаза бойынша сәйкес келеді.**

Электр тізбектерінде резонанстың екі түрі болуы мүмкін – **кернеу резонансы және ток резонансы**. Кернеу резонансы тізбектей жалғанған тербелмелі контурда, ток резонансы – параллельді жалғанған тербелмелі контурда бақыланады. Күрделі тербелмелі контурда резонанстың екі түрі де орын алуы мүмкін.

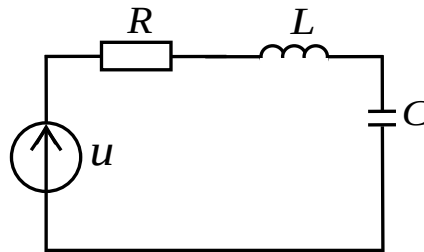
Радиотехникада резонанс құбылысы қолданылады. Мысалы, оның көмегімен радиоқабылғаштың тербелмелі контуры радиосигналдың белгілі жиілігіне құрыла алады. Сол себептен эфирде кіші амплитудалы көптеген жиілікті сигналдарды алуға болады. Таңдалған жиіліктегі сигналдың амплитудасын күрт көбейтуге резонанстың септігі тиеді. Яғни радиоқабылғыштың резонанстық контуры тар жолақты фильтр ретінде жұмыс жасайды. Осындай тәсілмен магистралды желілерде бір-бір жұпты көптеген абоненттердің телефон әңгімелері таралады: олар әр түрлі жиілік диапазонында немесе тасымалдаушы жиіліктерінде таралады, оған қоса жоғары тасымалдаушы жиілік сигналына дыбысты сигнал қосылады. Мұндай процесс модуляция деп аталады. Ақырғы қондырғыларда – абоненттің қабылғышында демодуляция туады: тасымалдаушы жиілігі айналасында керекті жиілік диапазоны резонансты қондырғы - фильтр көмегі арқылы күшейтіледі.

Резонанстық құбылыстар кері роль атқару да мүмкін. Электртехникалық қондырғыларда көп жағдайда резонанс қауіпті құбылыс болып келеді. Себебі электр тізбектер элементтерінің қызуы әсерінен апатқа ұшырауы ықтимал.

1. Кернеу резонансы

1.1 Негізгі сипаттамалары

Егер тізбектей жалғанған R, L, C элементтері бар тізбек бөлігінде кіріс реактивті кедергісі нөлге тең болса, сонда тізбектің жұмыс режимі - **кернеу резонансы** деп аталады.



1-сурет

Тізбектей жалғанған тербелмелі контурдың (1-сурет) энергия көзі ретінде $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ айнымалы кернеу көзі болып табылады.

Контурдың жалпы кіріс кедергісі

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jx = |\dot{Z}|e^{j\varphi}. \quad (1)$$

$X_L = \omega L$ - индуктивті және $X_C = \frac{1}{\omega C}$ - сыйымдылықты кедергі.

Тізбектегі ток

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{\dot{U}}{|\dot{Z}|} e^{-j\varphi}. \quad (2)$$

Комплекстік токтың φ аргументінің таңбасы контурдың индуктивті және сыйымдылықты кедіргілердің өзара қатынасына тәуелді болып келеді:

- ✓ Егер контурда $X_L > X_C$ болса, сонда φ оң таңбалы және ток кіріс кернеуден фаза бойынша қалып отырады (1, а-сурет);
- ✓ егер $X_L < X_C$ болса, сонда φ теріс таңбалы және тізбектегі ток сыйымдылықты сипаттамаға ие болады (1, б-сурет);
- ✓ $X_L = X_C$ кезінде *резонанс* режимі басталады, яғни $\varphi = 0$ болады (1, в- сурет).

Резонанс кезінде

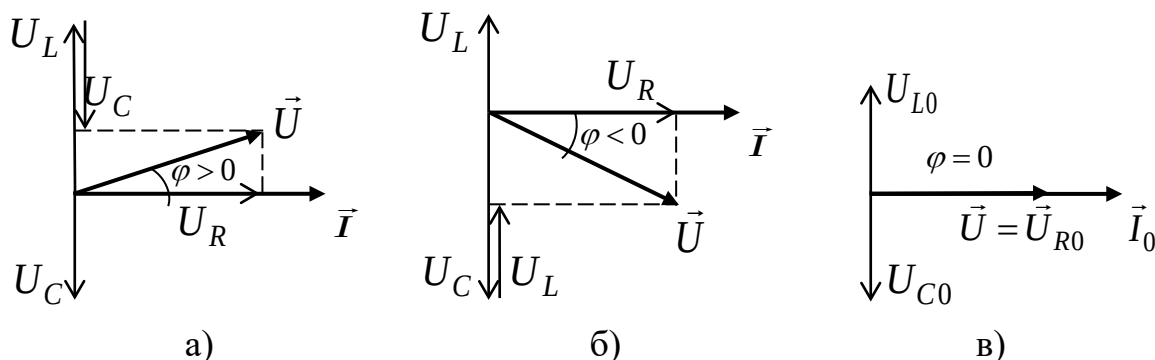
$$x = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0. \quad (3)$$

Бұл жағдайда тізбектегі жалпы комплекстік кедергі

$$\dot{Z} = R, \quad (4)$$

ал ток максималды мәнге ие болады

$$I_0 = \frac{U}{R}. \quad (5)$$



2- сурет. Векторлық диаграммалар

Диаграммадан көрініп тұрғандай, U_L индуктивтіліктегі кернеу мен U_C сыйымдылықтағы кернеу бір-бірін компенсациялайды, ал тізбектегі U кіріс кернеуі токпен фаза бойынша сәйкес келеді:

$$\psi_u = \psi_i. \quad (6)$$

Сондықтан бұл кернеу резонансы болып табылады. Егер контурға қосылған энергия көзінің жиілігі өзгермесе, тізбек параметрлерінің (L немесе C) өзгеруі арқылы резонанс режиміне жетеді. L және C мәндері (3) шартына сәйкес келуі керек. *Егер контур параметрлері өзгертілмеген қалыпта қалса, ω_0 жиілігі кезінде резонанстық режим басталады, осы жиілікті контурдың резонансты жиілігі деп атайды.*

ω_0 жиілігі бар энергия көзін тербелмелі контурға қосу кезінде, мына байланыс орындалады:

$$X_L = X_C, \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \quad (7)$$

сонда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (8)$$

*Резонанс кезінде индуктивті және сыйымдылықты кедергілер тең болады, сондықтан берілген кедергі **сипаттамалық кедергі** немесе контурдың **толқындық кедергісі** деп аталады*

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (9)$$

Контурдың резонанстық қасиеттерін сипаттайтын шаманы контурдың **төзімділігі** деп атайды

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}. \quad (10)$$

Радиотехникалық құрылғыларда қолданылатын электр тізбектерінде төзімділіктің шамасы 50-300 аралығында болуы мүмкін. Егер $Q > 100$ -тербелмелі контур резонансқа дәлденген болады, яғни индуктивті және сыйымдылықты элементтердің кернеуі көп есе кіріс кернеуінен жоғары болады.

Жалпы жағдайда тізбектің төзімділігі мына шамаға тең

$$Q = \omega_0 \frac{\sum W_{\max}}{P},$$

$\sum W_{\max}$ – резонанс кезіндегі реактивті элементтерінде жинақталатын энергияның максималды мәндерінің қосындысы, $P = I_0^2 R$ – резонанс кезіндегі тізбек ұштарындағы активті қуат.

Контур төзімділігінің кері шамасы, **сөну** деп аталады

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho} = \frac{U}{U_L} = \frac{U}{U_C}. \quad (11)$$

1.2 Кернеу резонансы кезіндегі энергетикалық процестер

Тербелмелі контурдағы электромагниттік өрістің толық энергиясы осыған тең болады

$$W = W_M + W_3, \quad (12)$$

$W_M = \frac{Li^2}{2}$ - магнит өрісінің энергиясы, $W_3 = \frac{Cu_C^2}{2}$ - электр өрісінің энергиясы.

Егер резонанс кезіндегі токтың лездік мәні

$$i = I_m \sin \omega_0 t \quad (13)$$

болса, сонда сыйымдылықтағы кернеу токтан фаза бойынша $\frac{\pi}{2}$ -ге артта қалып отырады және осыған тең болады

$$u_C = U_{Cm} \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) = -U_{Cm} \cos \omega_0 t. \quad (14)$$

(13) және (14) ескере отырып (12) осы түрін қабылдайды

$$W = \frac{L}{2} \cdot [I_m \sin(\omega_0 t)]^2 + \frac{C}{2} \cdot \left[U_{Cm} \sin\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right) \right]^2 = \frac{L}{2} \cdot I_m^2 \sin^2(\omega_0 t) + \frac{C}{2} \cdot U_{Cm}^2 \cos^2(\omega_0 t)$$

және

$$U_{Cm} = \frac{I_m}{\omega_0 C} = I_m \cdot \omega_0 L = \rho \cdot I_m = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot I_m \quad (15)$$

болғандықтан, электрмагнит өрісінің толық энергиясы

$$W = \frac{L}{2} \cdot I_m^2 \sin^2(\omega_0 t) + \frac{C}{2} \cdot \frac{L}{C} I_m^2 \cos^2(\omega_0 t).$$

$$W = \frac{LI_m^2}{2} (\sin^2(\omega_0 t) + \cos^2(\omega_0 t)) = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_{Cm}^2}{2}. \quad (16)$$

Ток пен кернеудің амплитудалық мәндері тұрақты шамалар болғандықтан,

$$W = const.$$

Сонымен, резонанс кезінде тізбектелген тербелмелі контурдағы электрмагниттік өрістің толық энергиясы өзгермейді: электр өрісінің энергиясының азаюы, магнит өрісінің энергиясының ұлғаюына ықпал етеді және керісінше болу мүмкін. Контурдың реактивті элементтері үздіксіз энергиямен алмасады, ал сыртқы энергия көзі бұл алмасуға қатыспайды.

Егер де контур шығынға ие болмаса ($R=0$), сыртқы энергия көзінсіз тербелмелі процесс орын алар еді. Контурдағы зарядталған сыйымдылықтың индуктивтілікке қысқа тұйықталуы кезінде ω_0 жиілігі бар тербелмелі процесс пайда болады. Электр өрісінде жинақталған энергия магнит өрісіне қарай өтеді, кейіннен энергиямен қайта алмасу жүзеге асады және т.с.с. Мұндай процесс шексіз ұзаққа созыла алады.

Егер тербелмелі контур активті кедергіге ие болса, онда энергияның шығындары болады және тербелмелі процесс сөну сипатына ие болады. Активті кедергідегі шығындардың орнын толтыру үшін сыртқы энергия көзі керек болады. Сыртқы энергия көзінен контурға келіп түсетін энергия кез-келген уақыт мезетінде толығымен жылуға айналады. Шығындардың орнын толтыруы тек энергия көзінен энергия контурдың тербелістерімен бірдей түссе ғана жүзеге асатыны белгілі. Осылайша, энергия көзінің жиілігі контурдың резонанстық жиілігіне тең болуы шарт.

1.3. Жиіліктік сипаттамалары мен резонанстық қисықтар

Тұрақты амплитудалы, бірақ жиілігі айнымалы (0 ден ∞ дейін) болатын $u = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$ айнымалы кернеу берілген электр тізбегін қарастырамыз. Жиілік өзгеру кезінде тізбектің параметрлері де өзгереді, оның реактивті кедергісі және тізбектің жалпы кедергісімен қатар фазасы да өзгеріске ие болады.

Тізбек параметрлерінің жиілікке тәуелділігі **жиіліктік сипаттамалары** деп аталады (3-сурет). Контурдың R активті кедергісі жиілікке тәуелді болмайды (3-суреттегі түзу сызық). Кейбір бұрыштағы түзу сызық - $X_L = \omega L$ индуктивті кедергінің графигіне, ал $X_C = \frac{1}{\omega C}$ сыйымдылықты кедергіге - гипербола сәйкес келеді.

χ контурдың жалпы реактивті кедергісі X_L және X_C графиктер ординаталарының айырмасымен анықталады:

✓ ω_0 жиілігі кезінде X_L және X_C кедергілер шама бойынша тең, ал χ нөлге тең;

✓ $\omega > \omega_0$ жиіліктері кезінде контурдың реактивті кедергісінің сипаттамасы - индуктивті (2, а-сурет);

✓ $\omega < \omega_0$ жиіліктері кезінде контурдың реактивті кедергісі сыйымдылықты сипаттамаға ие болады (2, б-сурет).

Контурдың жалпы кедергісі келесі формуламен анықталады:

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (17)$$

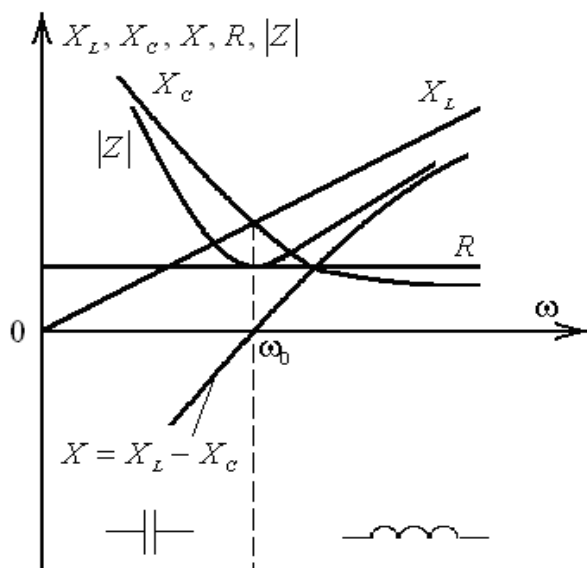
Ток және кернеудің әсерлік пен амплитудалық мәндерінің жиілікке тәуелділігі **резонансты қисықтар** деп аталады. Резонанстық қисықтарын сапалы құрастыруы жиіліктік сипаттамалар негізінде болуы мүмкін (4-сурет). Контурдағы ток Ом заңы бойынша анықталады:

$$|\dot{I}| = \frac{U}{|\dot{Z}|}. \quad (18)$$

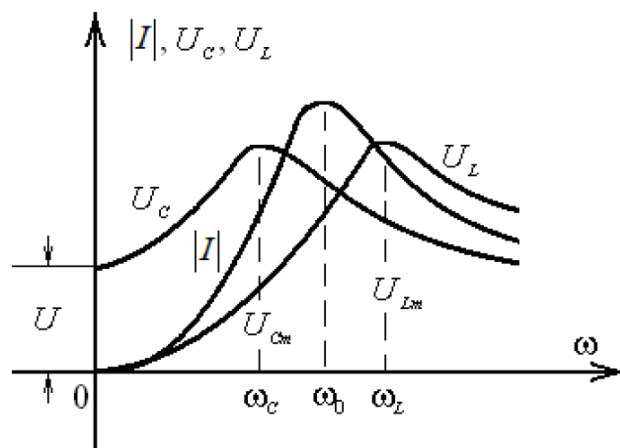
Кернеу тұрақты болғандықтан, $|I(\omega)|$ және $|Z(\omega)|$ графиктері өзара кері болады.

Индуктивтіліктегі $U_L = |I|X_L$ кернеудің теңдеуінде екі көбейткіш те жиілікке тәуелді болады. $\omega = 0$ және $X_L = 0$ кезінде, $U_L = 0$. Жиіліктің ω_0 шамасына дейін ұлғая кезінде $|I|$ және X_L ұлғаяды, демек U_L мәні өседі.

$\omega > \omega_0$ кезінде ток азаяды, бірақ X_L өседі, сондықтан, U_L бастапқыда өсе бастайды, алайда кейбір $\omega = \omega_L$ жиілік кезінде U_L өсуі тоқтайды. $\omega > \omega_L$ кезінде U_L графигі төмендейді.



3-сурет. Жиіліктік сипаттамалар



4-сурет. Резонанстық қисықтар

$U_C = |I|X_C$ кезінде екі көбейткіш те жиілік функциясы болып табылады. $\omega = 0$ (тұрақты ток) кезінде конденсаторға энергия көзінің кернеуі түседі, демек, $U_C = U$ тең. ω ұлғаюы кезінде X_C кедергісі азаяды, бірақ $|I|$ бастапқыда қатты өседі. Сондықтан, бастапқыда U_C өседі, бірақ $\omega = \omega_C < \omega_0$ жиілігі кезінде графиктің төмендетілуі басталады.

U_C және U_L графиктері $\omega = \omega_0$ кезінде қиылысады.

$U_L(\omega_L)$ және $U_C(\omega_C)$ қисықтықтардың максимумға дейін жеткен кезінде ω_L және ω_C жиіліктерінің мәндерін анықтауға болады.

Бұл жиіліктерді келесі жолмен анықтауға болады. Теңдеуден ω_C тауып аламыз:

$$U_C = I_m \cdot X_C = \frac{U_m}{|Z|} \cdot X_C = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_C L - \frac{1}{\omega_C C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega_C C} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega_C^2 C^2 + (\omega_C^2 LC - 1)^2}}.$$

ω_C бойынша теңдеуді дифференциалдау кезінде, кейіннен алынған шешімді нөлге теңестіре отырып, ω_C жиілігі үшін формуланы аламыз

$$\omega_C = \sqrt{\frac{2 - R^2 \frac{C}{L}}{2LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{1}{2} R^2 \frac{C}{L}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{\rho^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{2 - d^2}{2}}. \quad (19)$$

Осы жиілікте сыйымдылықты элементіндегі U_C кернеу максималды мәнге ие болады.

Осындай жолмен индуктивтілік элементінде кернеу максимум мәнге ие болатын жиілікті анықтауға болады

$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{2-d^2}}. \quad (20)$$

Кернеуді есептеу формулаларына ω_L және ω_C қою арқылы, U_L және U_C функцияларының максималды мәндері бірдей екендігін көрсетеді

$$U_{Lm} = U_{Cm} = \frac{2U}{d\sqrt{4-d^2}}. \quad (21)$$

ω_L және ω_C жиіліктерінің ω_0 резонанстық жиілігінен ығысу дәрежесі контурдың төзімділігіне тәуелді. ω_L және ω_C жиіліктері бір-бірінен төмен төзімділік болған кезінде байқалады.

1.4 Тізбектей жалғанған тербелмелі контурдың істен шығуы

Қондырғыларды қолдану кезінде тербелмелі контурлардың режимдері резонанстан ауытқуы болады. Бұл ауытқулар энергия көзінің жиілігі өзгеруімен және контур параметрлерінің өзгеруімен болуы мүмкін.

Жиіліктердің өзгеруімен болатын контур режимдерінің ауытқуы абсолютті және салыстырмалы істен шығуымен бағаланады.

$\Delta\omega$ **абсолютті істен шығу** - энергия көзінің жиілігі мен контурдың резонанстық жиілігінің айырымын айтады: $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. ω жиілігі ω_0 резонанстық жиілігінен көп немесе аз болуы мүмкін, сондықтан, $\Delta\omega$ абсолютті істен шығуы оң және теріс бола алады.

Салыстырмалы істен шығу - абсолютті істен шығудың резонанстық жиілікке қатынасын айтады:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0}. \quad (22)$$

Тербелмелі контур теориясында бұл екі ұғымнан басқа ξ **жалпыланған істен шығу** деген ұғым да кең қолданысқа ие.

Жалпыланған істен шығу контур режимінің резонанстан ауытқуын туғызатын барлық себептерді есепке алады. Ол кез-келген жиілік кезіндегі контурдағы реактивті кедергінің активті кедергіге қатынасына тең:

$$\xi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{\omega_0 L \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 C} \cdot \frac{\omega_0}{\omega}}{R} = \frac{\rho}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q\varepsilon. \quad (23)$$

$\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ шамасы кейбер кезде салыстырмалы істен шығу деп аталады.

1.5 Тізбектей жалғанған контурдың өткізу жолағы

Тербелмелі контурлары бар қондырғыларда ω_0 жиіліктері ғана емес, соған жақын жиіліктер қатары қолданылады. Оларды «бүйір» жиіліктер деп атайды. Бұл бүйір жиіліктер тербелмелі контур арқылы өту үшін контурда сәйкес өткізу жолағы болуы қажет.

Тізбектей жалғанған тербелмелі контурдың **өткізу жолағы** деп токтың резонанстық токқа қарағанда $\sqrt{2}$ есе кем азаятын жиілік аймағын айтады.

S_A **абсолютті өткізу жолағы** шектік жиіліктердің айырымы ретінде алынады:

$$S_A = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}. \quad (24)$$

Салыстырмалы өткізу жолағы:

$$S_{cal} = \frac{S_A}{f_0} = \frac{1}{Q} = d. \quad (25)$$

Қорытындылай келе, контурдың төзімділігі жоғары болған сайын, оның өткізу жолағы кіші болады.

2 Ток резонансы

2.1 Негізгі сипаттамалары

Параллельді тармақтары бар тізбек бөлігінде кіріс реактивті өткізгіштігі нөлге тең болса, сонда оның жұмыс режимін **ток резонансы** деп атаймыз.

Тізбектің жалпы өткізгіштігі мынандай болғандықтан

$$\dot{Y} = g + jb = \frac{1}{\dot{Z}}. \quad (26)$$

(26) түрлендіре келе

$$\dot{Y} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2} \quad (27)$$

аламыз, сонда

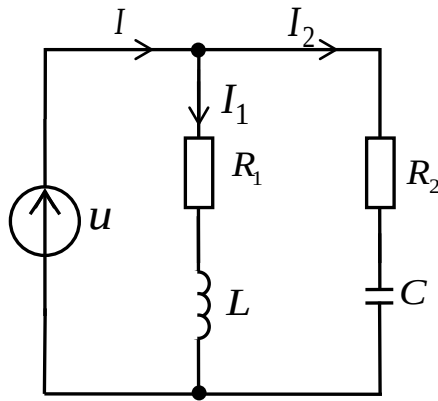
$$g = \frac{R}{R^2 + x^2}, \quad b = -\frac{x}{R^2 + x^2}. \quad (28)$$

Егер

$$b = b_L - b_C, \quad (29)$$

сонда

$$b_L = -\frac{X_L}{R^2 + X_L^2}, \quad b_C = \frac{X_C}{R^2 + X_C^2}. \quad (30)$$



5- сурет. Параллель жалғанған тербелмелі контур

Сәйкесінше, контурдың бірінші және екінші тармақтарының комплекстік өткізгіштігі осыған тең

$$\dot{Y}_1 = g_1 - jb_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} - j \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2}, \quad (31)$$

$$\dot{Y}_2 = g_2 - jb_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} - j \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}. \quad (32)$$

Контурдың кіріс өткізгіштігі

$$\dot{Y} = \dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 = (g_1 + g_2) - j(b_1 + b_2). \quad (33)$$

Ток резонансының шарттары

$$b_1 = -b_2, \quad (34)$$

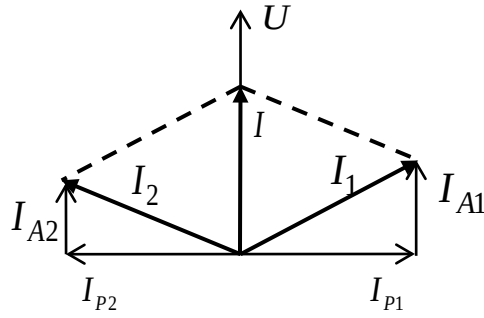
сонда

$$-\frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = -\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}. \quad (35)$$

Ток резонансы шарты бойынша, резонанс режиміндегі тармақтар токтарының реактивті құраушылары абсолютті шама бойынша бірдей:

$$I_{P1} = Ub_1; \quad I_{P2} = Ub_2; \quad I_{P1} = I_{P2}.$$

$I_{P1} = I_{P2}$ теңдігінен - контурдың кіріс тоғы реактивті құраушысына ие болмайды және фаза бойынша кернеумен сәйкес келеді. Сондықтан, резонанстың бұл түрін ток резонансы деп атайды. Векторлық диаграммасы 6-суретте көрсетілген.



6-сурет

ω_p резонанстық жиілікті анықтаймыз

$$\frac{\omega_p L}{R_1^2 + (\omega_p L)^2} = \frac{1/\omega_p C}{R_2^2 + (1/\omega_p C)^2},$$

$$\frac{1}{\left(\frac{R_1^2}{\omega_p L}\right) + (\omega_p L)} = \frac{1}{\omega_p C R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_p C}\right)},$$

$$\left(\frac{R_1^2}{\omega_p L}\right) + (\omega_p L) = \omega_p C R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_p C}\right),$$

$$\frac{R_1^2}{L} + \omega_p^2 L = \omega_p^2 C R_2^2 + \frac{1}{C},$$

$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ болғандықтан

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}. \quad (36)$$

Әр түрлі жағдайларды қарастырамыз:

- ✓ Егер $R_1 = R_2 = \rho$ болса, онда ток резонансы кез-келген жиілікте болуы мүмкін;
- ✓ Егер $R_1 = R_2 \neq \rho$ болса, онда ток резонансы кернеу резонансының жиілігінде пайда болады $\omega_p = \omega_0$;
- ✓ Егер $R_1 \neq R_2$ және $R_1, R_2 > \rho$ немесе $R_1, R_2 < \rho$ болса, онда ток резонансы бір ω_p жиілікте болады;
- ✓ Егер $R_1 > \rho$ және $R_2 < \rho$ болса, онда ток резонансы болмайды.

Параллельді жалғанған тербелмелі контурдың жалпы кедергісі

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}. \quad (37)$$

Резонанс кезінде ол активті болады, яғни $Z = R$, бірақ оның шамасы тізбектей жалғанған контурға қарағанда, тармақтардың R_1 және R_2 активті кедергілеріне және реактивті элементтерге тәуелді болады.

Ток резонансының шарты бойынша тербелмелі контурдың кіріс өткізгіштігі

$$Y = g = g_1 + g_2 = \frac{R_1}{R_1^2 + (\omega_p L)^2} + \frac{R_1}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_p C}\right)^2}, \quad (38)$$

егер

$$\frac{1}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega_p C}\right)^2} = \frac{\omega_p LC}{R_1^2 + (\omega_p L)^2}$$

болса, (38) мынандай түрге ие болады

$$g = \frac{R_1 + \omega_p^2 \cdot L \cdot C \cdot R_2}{R_1^2 + (\omega_p L)^2}.$$

Сонда контурдың жалпы кедергісі

$$Z = R_p = \frac{R_1 R_2 + \rho^2}{R_1 + R_2}. \quad (39)$$

Контурдың төзімділігі

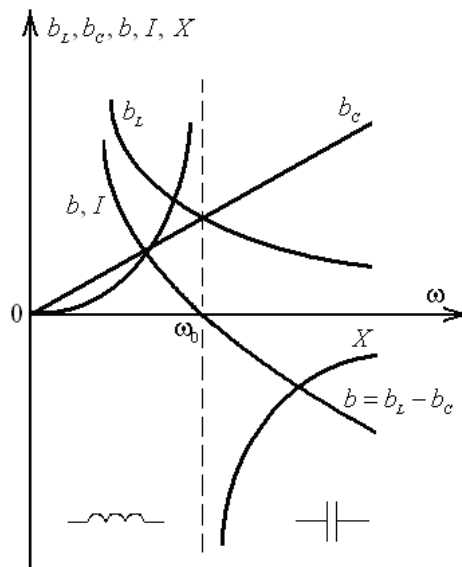
$$Q = \frac{\rho}{R_1 + R_2}. \quad (40)$$

Өртүрлі жағдайларды қарастырамыз:

- ✓ егер $R_1 \neq R_2 \neq \rho$ болса, онда энергия шығындары мен ток резонансы болуы мүмкін;
- ✓ егер $R_1 = R_2 = 0$ болса, онда тербелмелі контурда энергия шығындары болмайды;
- ✓ егер $(R_1 = R_2) < \rho$ болса, онда тербелмелі контурда аз мөлшерде шығындары болады.

2.2 Жиіліктік сипаттамалар

Шығынсыз тербелмелі контурды қарастырайық, онда $b_L = \frac{1}{\omega L}$ индуктивті өткізгіштіктің жиіліктік сипаттамасы гиперболамен, ал $b_C = \omega C$ сыйымдылықты өткізгіштік үшін - түзу сызықпен бейнеленеді.



7 сурет – Жиіліктік сипаттамалар

b_L және b_C графиктерінің ординаталарының айырымын табу арқылы $b(\omega)$ кіріс өткізгіштігінің жиілікке тәуелділігі алынады. $0 < \omega < \omega_0$ жиіліктері кезінде контурдың кіріс кедергісі индуктивті, ал $\omega > \omega_0$ кезінде – сыйымдылықты сипаттамаға ие болады. Ток резонансы режимінде кіріс кедергі шексіз үлкен болады. Идеалды контурдың кіріс тоғының резонансты қисығы $b = f(\omega)$ графигі сияқты түріне ие, тек $\omega > \omega_0$ жиіліктері кезінде осы тәуелділіктің айна бейнесіне ие болады. Бұл токтың әсерлік мәні оң шама екендігімен түсіндіріледі.

3. Күрделі тербелмелі контурдағы резонанс

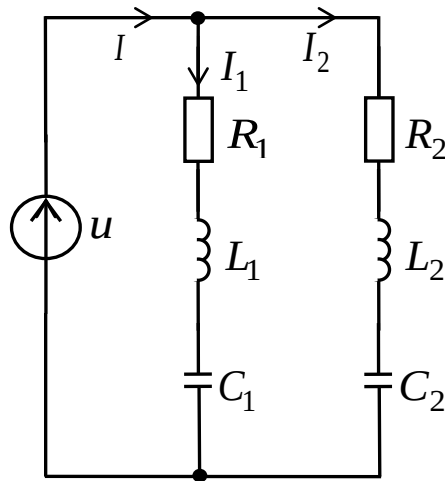
Әр тармағында индуктивтілік пен сыйымдылығы бар күрделі параллелді жалғанған контурды қарастырайық. Контур аса жоғары төзімділікке ие делік, яғни энергия шығындары жоқ

$$R_1 \ll |X_1| = \left| \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right|, R_2 \ll |X_2| = \left| \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right|. \quad (41)$$

Бұл жағдайда, контурдың кіріс кедергісі

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{(R_1 + jX_1) + (R_2 + jX_2)} = \frac{R_1 R_2 - X_1 \cdot X_2 + j(R_2 \cdot X_1 + R_1 \cdot X_2)}{R + jX}.$$

Осында $R = R_1 + R_2$, $X = X_1 + X_2$ және $R_1 \cdot R_2 \ll X_1 \cdot X_2$.



8 сурет

$j(R_2 \cdot X_1 + R_1 \cdot X_2)$ құраушысының шамасы аз (ток резонансының жиілігіне жақын жиіліктер кезінде, X_1 және X_2 теріс таңбаға ие) болғандықтан, оны ескермеуге болады.

Контурдың кіріс кедергісі

$$\dot{Z} \approx -\frac{X_1 \cdot X_2}{R + jX} = R_{\text{э}} + jX_{\text{э}}, \quad (42)$$

Бұл жерде

$$R_{\text{э}} = \frac{R \cdot X_1 \cdot X_2}{R^2 + X^2}, \quad X_{\text{э}} = \frac{X \cdot X_1 \cdot X_2}{R^2 + X^2}. \quad (43)$$

Шығынсыз контурды қарастырғанда, яғни R_1 және R_2 кіші кедергілерді ескермегенде, резонанс кезіндегі жалпы өткізгіштікті аламыз

$$|\dot{Y}| = |\dot{Y}_1| + |\dot{Y}_2| = 0. \quad (44)$$

Сонда $\dot{Y}_1 = -\dot{Y}_2$, $X_1 = -X_2$, бұдан

$$\omega_p \cdot L_1 - \frac{1}{\omega_p C_1} = \frac{1}{\omega_p C_2} - \omega_p \cdot L_2.$$

Егер $L_0 = L_1 + L_2$ - жалпы индуктивтілік және $C_0 = C_1 + C_2$ - жалпы сыйымдылық ретінде қабылдайтын болсақ, онда резонанстық жиілік

$$\omega_p \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}. \quad (45)$$

Резонанс кезіндегі контурдың кедергісі

$$R_p = \frac{X_1^2}{R} = \frac{X_2^2}{R}. \quad (46)$$

Түрлендіру кезінде

$$R_p = \frac{\left(\omega_p \cdot L_1 - \frac{1}{\omega_p \cdot C_1}\right)^2}{R} = \frac{(\omega_p \cdot L_0)^2}{R} \left(\frac{L_1}{L_0} - \frac{1}{L_0 \cdot \omega_p^2 \cdot C_1}\right)^2 = \frac{(\omega_p \cdot L_0)^2}{R} \left(\frac{L_1}{L_0} - \frac{C_0}{C_1}\right)^2.$$

Егер

$$p_L = \frac{L_1}{L_0}, \quad p_C = \frac{C_0}{C_1}$$

болса, күрделі контурдың төзімділігі

$$Q = \frac{\omega_p \cdot L_0}{R_1 + R_2} = \frac{\omega_p \cdot L_0}{R} = \frac{1}{\omega_p \cdot C_0 \cdot R} \quad (47)$$

болғандықтан

$$R_p = Q^2 \cdot R(p_L - p_C)^2. \quad (48)$$

Берілген теңдеуден, $p_L = 1$, $p_C = 0$ немесе $p_L = 0$, $p_C = 1$ кезінде кедергі максималды мәнге ие болатынына көз жеткіземіз. Бұл жағдайда L_0 бүкіл индуктивтілік бір тармақта, ал C_0 бүкіл сыйымдылық басқа тармақта жинақталады. Яғни күрделі параллельді жалғанған контур қарапайым контурға түрленеді.

Бақылау сұрақтары

1. Резонанс құбылысын сипаттап беріңіз.
2. Тізбектің кернеу резонансы кезіндегі негізгі сипаттамаларын жазып беріңіз.
3. Кернеу резонансы кезіндегі энергетикалық процестерді сипаттап беріңіз.
4. Тізбектей жалғанған тербелмелі контурдың істен шығуын түсіндіріп беріңіз.
5. Тізбектей жалғанған контурдың өткізу жолағын анықтау формуласын жазып беріңіз.
6. Тізбектің ток резонансы кезіндегі негізгі сипаттамаларын жазып беріңіз.
7. Ток пен кернеу резонансы кезіндегі жиіліктік сипаттамалар мен резонанстық қисықтарын сипаттап, бейнесін салып беріңіз.
8. Күрделі тербелмелі контурдағы резонанс құбылысын түсіндіріп беріңіз.

Әдебиеттер тізімі

1. Н.Ш. Алимгазина, А.Б. Манапбаева. Электр тізбектер теориясы. Дәрістер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 228 б.
2. Н.Ш. Алимгазина, С.М. Манаков, А.Б. Манапбаева, А.Ә. Әлібек. «Электр тізбектер теориясы» пәні бойынша есептер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 162 б.
3. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей: Учеб. для вузов.–8-е изд., перераб. –М., 2020 -528 с.
4. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротех., энергетич. и приборостроит. спец. вузов. –7-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 2015. –528 с.